

Zur Fortschreibung von Partizipationsquoten in Alterskohortenmodellen

Timo Hoffmann

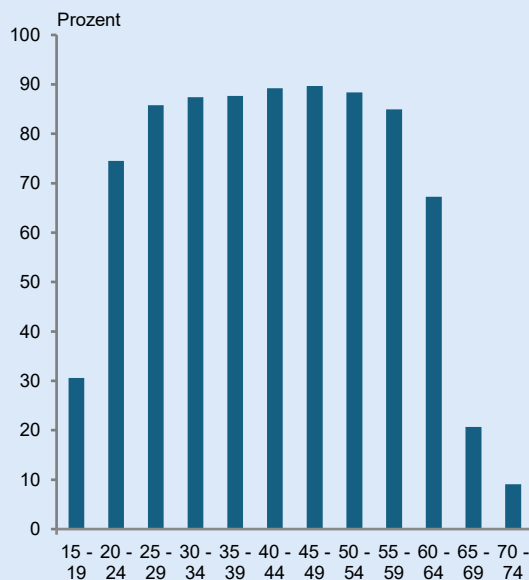
Die strukturelle Partizipationsquote (*PARTS*) wird im gemeinsamen EU-Ansatz zur Schätzung des Produktionspotenzials neben der Bevölkerung im erwerbsfähigen Alter (*POPW*), dem Trend der Arbeitsstunden je Erwerbstätigen (*HOURLST*) und der *NAWRU* (non-accelerating wage rate of unemployment) für die Berechnung des gesamtwirtschaftlichen Arbeitsvolumens *LP*,

$$LP = POPW \cdot PARTS \cdot (1 - NAWRU) \cdot HOURLST, \quad (1)$$

verwendet (Havik et al. 2014). Hierfür wird die gesamtwirtschaftlichen Partizipationsquote mittels eines ARIMA-Modells fortgeschrieben. Im Anschluss wird die strukturelle Komponente mithilfe des Hodrick-Prescott-Filters extrahiert.

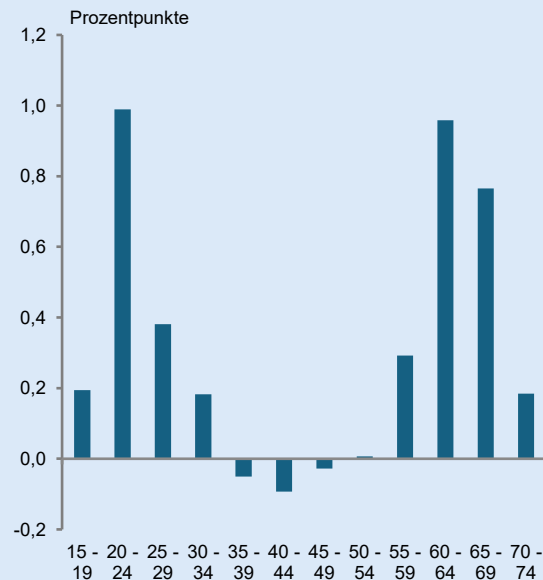
Dieses reine Zeitreihenmodell taugte zwar in der Vergangenheit, um den stetigen Anstieg der Partizipationsquoten in Deutschland zu modellieren. In Folge der hiesigen demografischen Entwicklung gerät die Partizipationsquote jedoch unter Druck. Dies wird deutlich, sobald man kohortenspezifische Partizipationsquoten betrachtet. Hierfür wird die Bevölkerung im erwerbsfähigen Alter (15 bis 74 Jahre) in Fünfjahreskohorten eingeteilt. Es fällt auf, dass die Partizipationsquoten für die meisten Alterskohorten zwar zunehmen, insbesondere für Alterskohorten mit unterdurchschnittlichen Partizipationsquoten (Abbildung 1). Dies ist nicht zuletzt mit einer erhöhten Erwerbsbeteiligung von Frauen zu erklären. Allerdings nimmt – demografisch bedingt – der Anteil der älteren Kohorten mit unterdurchschnittlichen Partizipationsquoten zu (Kompositionseffekt). Alterskohortenmodelle wie z.B. das Cohort Simulation Model (CSM) der Aging Working Group (AWG) schreiben daher kohortenspezifische Partizipationsquoten fort und verbinden diese mit Bevölkerungsprojektionen, um so in einem Bottom-up-Ansatz eine Projektion der gesamtwirtschaftlichen Partizipationsquote zu erhalten.

Abbildung K1-1a:
Partizipationsquoten in Deutschland



Jahresdaten, Partizipationsquoten der erwerbsfähigen Bevölkerung in Deutschland im Jahr 2023, in Fünfjahreskohorten, in Prozent.
Quelle: OECD, Infra-annual Labour Statistics database.

Abbildung K1-1b:
Fünfjahrestrends der Partizipationsquoten



Jahresdaten, Fünfjahrestrend in Prozentpunkten, Partizipationsquoten der erwerbsfähigen Bevölkerung in Deutschland, in Fünfjahreskohorten.
Quelle: OECD, Infra-annual Labour Statistics database; Berechnungen des IfW Kiel.

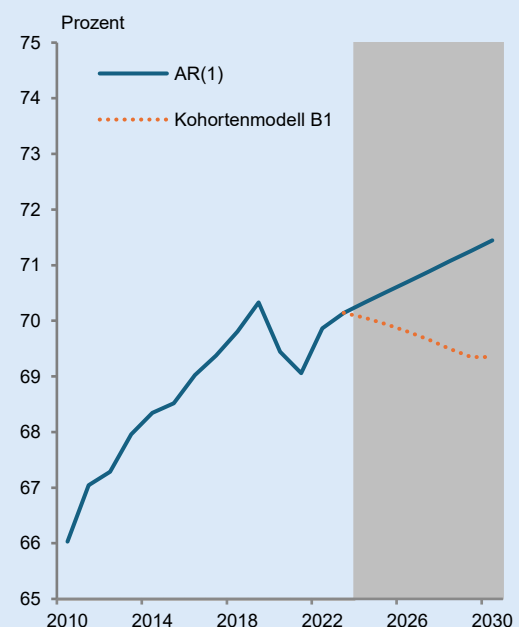
Aufgrund des Kompositionseffekts kann die Fortschreibung auf Basis eines Kohortenmodells deutlich von der des aggregierten Zeitreihenmodells abweichen (Abbildung 2). Unklar ist jedoch, wie ein solches Kohortenmodell spezifiziert werden sollte. Wir vergleichen daher für die Länder Deutschland, Frankreich, Spanien und Italien sieben verschiedene Spezifikationen mit der Fortschreibung der aggregierten Partizipationsquote der gemeinsamen EU-Methode sowie des Kohortenmodells der AWG. In den verschiedenen Fortschreibungsspezifikationen werden die Partizipationsquoten konstant gehalten (A) bzw. mittels eines linearen Trends (B) oder eines Zeitreihenmodells (C) fortgeschrieben. Wir schlagen außerdem das transformierte ARIMA-Modell (D) vor. Dieses stellt im Gegensatz zu herkömmlichen ARIMA-Modellen wie in C sicher, dass die Partizipationsquoten im gesamten Projektionszeitraum zwischen 0 und 1 liegen. Hierzu werden die kohortenspezifischen Partizipationsquoten P_t mit einer inversen Verteilungsfunktion F^{-1} transformiert,^a d.h.

$$X_t = F^{-1}(P_t), \text{ mit } P_t \in [0,1] \text{ und } X_t \in (-\infty, \infty). \quad (2)$$

Die transformierten Zeitreihen X_t werden dann mit einem ARIMA-Modell fortgeschrieben. Schließlich werden die fortgeschriebenen Zeitreihen anhand der Verteilungsfunktion F zurücktransformiert. Die Fortschreibungsmethoden sind im Einzelnen:

- **AR(1).** Die Gesamtpartizipationsquote wird auf Basis eines AR(1)-Modells fortgeschrieben ($P_t = \beta P_{t-1}$). Dies entspricht dem bisherigen Vorgehen der sogenannten Commonly Agreed Method der Europäischen Kommission. Es werden somit keinerlei Informationen über die zukünftige Altersstruktur berücksichtigt.
- **EU-Kohortenmodell (AWG).** Wir übernehmen direkt die Veränderungsraten der Partizipationsquote aus dem Cohort Simulation Model (Europäische Kommission 2024). Das CSM liefert Projektionen der Partizipationsquoten für die lange Frist und inkludiert den Effekt von Rentenreformen auf die Partizipationsquoten. Die Projektionen der Partizipationsquoten werden über die durchschnittliche Ein- sowie Austrittswahrscheinlichkeiten in den Arbeitsmarkt der vergangenen Jahre für die jeweilige Alterskohorte ermittelt. Diese werden dann im Projektionshorizont konstant gehalten. Von den Ergebnissen der AWG weichen wir auf zwei Arten ab:
 - Lineare Interpolation zwischen den alle drei Jahre veröffentlichten Projektionen der AWG; und
 - Imputation der Projektionen für leicht abweichende Alterskohorten der Veröffentlichungen.
- **Kohortenmodell A.** Die Partizipationsquoten der einzelnen Kohorten $k = 1, \dots, K$ werden nicht fortgeschrieben, sondern auf dem letzten verfügbaren Datenstand (2023) eingefroren. Die kohortenspezifischen Partizipationsquoten werden anschließend mit den jeweiligen Bevölkerungsanteilen gewichtet aggregiert. Eine Veränderung der aggregierten Partizipationsquote ergibt sich somit nur aus Veränderungen bei den Bevölkerungsanteilen (d.h. reiner Kompositionseffekt).
- **Kohortenmodell B1.** Fortschreibung der Partizipationsquoten der einzelnen Kohorten mit linearem Trend auf Basis der vergangenen 5 Jahre. Somit sind vor allem die jüngsten Entwicklungen und nicht der gesamte Stützzeitraum relevant. Die kohortenspezifischen Partizipationsquoten werden anschließend mit den jeweiligen Bevölkerungsanteilen gewichtet aggregiert.
- **Kohortenmodell B2.** Fortschreibung der Partizipationsquoten der einzelnen Kohorten im laufenden und kommenden Jahr mit linearem Trend auf Basis der vergangenen 5 Jahre, danach adaptive Fortschreibung mit einem ad hoc gesetzten Anpassungsfaktor von 0,8 ($P_{k,t} = P_{k,t-1} + 0.8(P_{k,t-1} - P_{k,t-2})$). Die anfänglichen Veränderungsraten werden also langsam geringer und tendieren langfristig gegen Null. Die kohortenspezifischen Partizipationsquoten werden anschließend mit den jeweiligen Bevölkerungsanteilen gewichtet aggregiert.

Abbildung K1-2:
Einfluss der Demografie auf die Projektion



Jahresdaten, Partizipationsquote der erwerbsfähigen Bevölkerung in Prozent, Modellschätzzeitraum 1991 bis 2023, Projektionshorizont grau hinterlegt.

Quelle: OECD; Berechnungen des IfW Kiel.

- **Kohortenmodell C.** Fortschreibung der Partizipationsquoten der einzelnen Kohorten auf Basis eines simplen AR(1)-Modells ($P_{k,t} = \beta_k P_{k,t-1}$), analog dem Modell (A) für die Projektion der Gesamtpartizipationsquote. Die kohortenspezifischen Partizipationsquoten werden anschließend mit den jeweiligen Bevölkerungsanteilen gewichtet aggregiert.
- **Kohortenmodell D1.** Fortschreibung der Partizipationsquoten der einzelnen Kohorten auf Basis eines transformierten AR(1)-Modells ($X_{k,t} = \beta_k X_{k,t-1}$). Die kohortenspezifischen Partizipationsquoten werden anschließend mit den jeweiligen Bevölkerungsanteilen gewichtet aggregiert.
- **Kohortenmodell D2.** Fortschreibung der Partizipationsquoten der einzelnen Kohorten auf Basis eines transformierten AR(2)-Modells ($X_{k,t} = \beta_{1k} X_{k,t-1} + \beta_{2k} X_{k,t-2}$). Die kohortenspezifischen Partizipationsquoten werden anschließend mit den jeweiligen Bevölkerungsanteilen gewichtet aggregiert.
- **Kohortenmodell D3.** Fortschreibung der ersten Differenz der Partizipationsquoten der einzelnen Kohorten auf Basis eines transformierten AR(1)-Modells ($\Delta X_{k,t} = c + \beta_k \Delta X_{k,t-1}$). Die kohortenspezifischen Partizipationsquoten werden anschließend mit den jeweiligen Bevölkerungsanteilen gewichtet aggregiert.

Für Deutschland zeigt sich ein recht eindeutiges Bild (Abbildung K1-3a). Während die Projektion auf Basis eines AR(1)-Modells für stetig steigende Partizipationsquoten spricht, deuten die Kohortenmodelle auf einen verhaltenen Anstieg (Modelle B1 und D3) bzw. einen Rückgang hin (Modelle A, B2, C, D1-3). Während Modell B2 den geringsten Rückgang anzeigt, malt Modell A das pessimistischste Bild. Letzteres ist kaum überraschend, da Modell A die Entwicklung in den Alterskohorten ignoriert und lediglich den reinen Kompositionseffekt darstellt. Überraschend nah an dem reinen Kompositionseffekt liegt für Deutschland der Projektionspfad der AWG. Das Modell C deutet für Deutschland wie für die anderen 3 Länder auf einen – im Vergleich zum AR(1)-Modell – starken Anstieg hin. Ein den deutschen Ergebnissen ähnliches Gesamtbild zeigt sich auch für Spanien (Abbildung K1-3b). Alle Kohortenmodelle (mit Ausnahme der Modelle B1 und C) deuten auf einen schwächeren Anstieg oder gar auf einen Rückgang der Partizipationsquote hin. Die optimistischste Projektion der Kohortenmodelle liefert das Modell B2, den pessimistischsten Projektionspfad das Modell A. Die Fortschreibung des AWG-Modells reiht sich zwischen den beiden Projektionen ein.

Für Frankreich und Italien ist die Diskrepanz zwischen Kohortenmodellen und AR(1)-Modell geringer. Während sich für Frankreich auch ein Prognosefächer öffnet, finden sich sowohl optimistischere (AWG, B1-2, D1, D3) als auch pessimistischere Kohortenmodelle (A, D2) (Abbildung K1-3c). Da in Frankreichs Bevölkerungspyramide kein außergewöhnlich geburtenstarker Jahrgang nach dem Zweiten Weltkrieg (Babyboomer) und somit kein großer demografischer Effekt erkennbar ist, dürfte der Informationsgewinn der Kohortenmodelle nicht allzu groß sein. In Italien deuten einige Kohortenmodelle (B2, D1-2) spätestens ab dem Jahr 2027 ebenfalls auf einen demografisch bedingten Abwärtstrend der Partizipationsquote hin, wenngleich die Abweichung vom AR(1)-Modell am Ende des Projektionszeitraums noch verhältnismäßig gering ist. (Abbildung K1-3d). Dies passt zur Bevölkerungspyramide Italiens, deren bevölkerungsstarker Nachkriegsjahrgang rund fünf Jahre jünger als das deutsche Pendant ist. Insgesamt hängt die zusätzliche Prognosekraft der Kohortenmodelle an der landesindividuellen demografischen Entwicklung.

Abbildung K1-3a:
Alterskohortenmodelle Deutschland

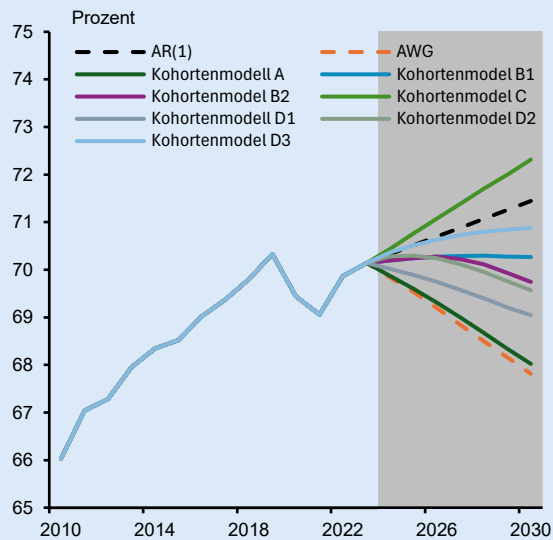


Abbildung K1-3b:
Spanien

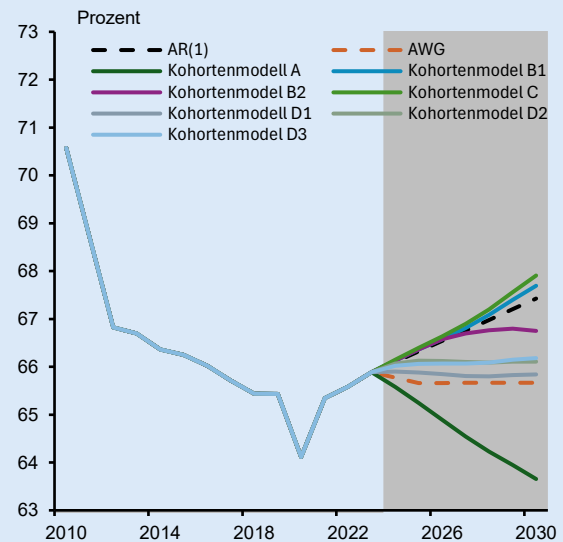


Abbildung K1-3c:
Frankreich

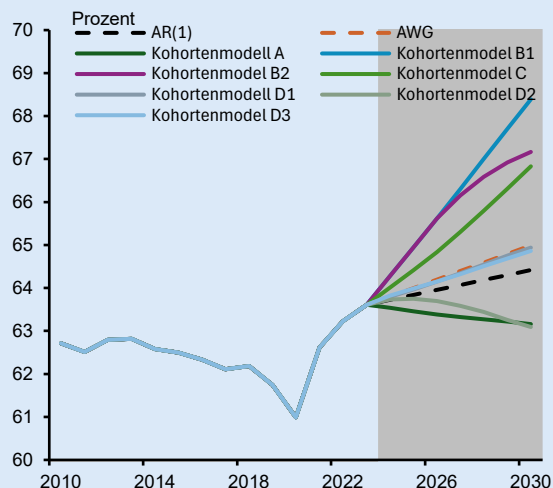
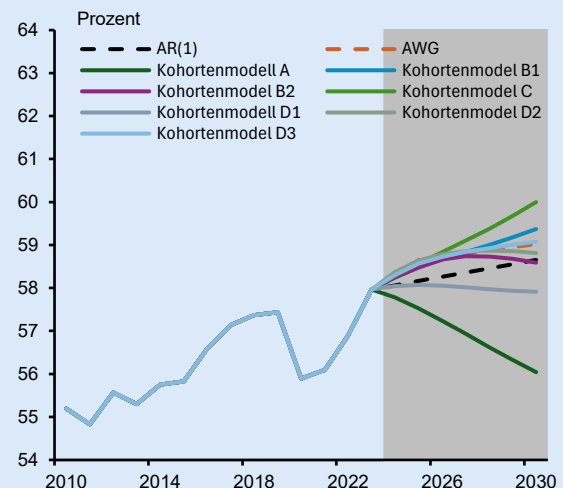


Abbildung K1-3d:
Italien



Jahresdaten, Partizipationsquote der erwerbsfähigen Bevölkerung in Prozent, Modellschätzzeitraum 1991 bis 2023, Projektionshorizont grau hinterlegt.

Quelle: Europäische Kommission; OECD; Berechnungen des IfW Kiel.

Die Projektionspfade hängen stark von der Spezifikation der Kohortenmodelle ab. Auch variiert der datengenerierende Prozess zwischen den Ländern offenbar, d.h. die geeignete Spezifikation des Kohortenmodells ist datenabhängig und sollte länderspezifisch bestimmt werden. Für Deutschland haben wir hierfür einen Out-of-Sample-Ansatz gewählt, in dem die Prognosegüte des ARIMA-Modells der Gesamtpartizipationsquote mit den Modellen C (in ersten Differenzen), C mit einer datengetriebenen Spezifikation des ARIMA-Prozesses, B2 sowie D3 verglichen wird (Tabelle K1-1). Es zeigt sich, dass im Evaluationszeitraum zwischen 2002 und 2022 die Nutzung eines Kohortenmodells die Prognosegüte signifikant verbessert hätte. Der transformierte ARIMA-Prozess (Modell D3) liefert neben dem formalen Vorteil, dass die Partizipationsquote zwischen 0 und 1 liegen muss, in der kurzen Frist ($h = 1, 2$) die Ergebnisse mit dem niedrigsten Prognosefehlern (RMSFE). In der mittleren Frist ($h = 4, 5$) übertrifft das Modell B2 die anderen Modelle durch den robusten linearen Trend.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass Kohortenmodelle insbesondere in der langen Frist die Prognosegüte für die Partizipationsquote in Deutschland verbessert hätten. Dies dürfte umso stärker für den aktuellen Rand gelten, da der Effekt der demografischen Entwicklung in Deutschland im Zeitverlauf zu- und nicht abnimmt. Der transformierte ARIMA-Prozess sowie der lineare Trend mit Anpassungsfaktor haben im Out-of-Sample-Experiment am besten abgeschnitten. Außerdem löst die Transformation inhaltliche Fortschreibungsprobleme: Bisher konnten die Projektionen der Partizipationsquote kleiner als 0 oder größer als 1 werden. Die bessere Prognosegüte der Kohortenmodelle für Deutschland ist aufgrund von offenbar länderspezifischen datengenerierenden Prozessen allerdings nicht auf andere Länder übertragbar.

Beispielsweise deutet die Projektion für Frankreich am aktuellen Rand an, dass die Kohortenmodelle weniger vielversprechend sein könnten, zumal die Verwendung eines Kohortenmodells aufgrund zusätzlicher Parameter und der Nutzung der Bevölkerungsprognosen auch die Schätzunsicherheit erhöhen kann. Die zusätzliche Unsicherheit durch die Bevölkerungsprognose dürfte allerdings eher zu vernachlässigen sein, da die gemeinsame EU-Methode diese bereits zur Schätzung des gesamtwirtschaftlichen Arbeitsvolumens verwendet (Gleichung 1). Im Gegenteil führt die Nutzung eines Kohortenmodells zu einer inhaltlich konsistenten Schätzung des Arbeitsvolumens. Der Spezifikation eines Kohortenmodells sollte eine Vielzahl an Kriterien zugrunde liegen. Diese könnten neben der getesteten Prognosegüte auch die Plausibilität, die Robustheit oder die Nachvollziehbarkeit umfassen. Auch Modellkombinationen für verschiedene Prognosehorizonte oder Alterskohorten sowie die weitere Untergliederung nach dem Geschlecht wären denkbar. Des Weiteren dürfte die Idee des Kohortenmodells bei entsprechender Datenverfügbarkeit auch auf andere Prognosegrößen übertragbar sein, beispielsweise auf die Arbeitszeit.

Tabelle K1-1:
Out-of-Sample-Ansatz zur Modellevaluation

| | h = 1 | h = 2 | h = 3 | h = 4 | h = 5 |
|--|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| AR(1) | | | | | |
| RMSFE | 0,58 | 0,98 | 1,35 | 1,75 | 2,16 |
| Kohortenmodell: AR(1) (C) | | | | | |
| RMSFE | 0,47 | 0,72 | 0,92 | 1,23 | 1,53 |
| Theil's U | 0,82 | 0,73 | 0,68 | 0,70 | 0,71 |
| p-value DM | 0,06* | 0,09* | 0,13 | 0,23 | 0,28 |
| Kohortenmodell: Transformed AR(1) (D3) | | | | | |
| RMSFE | <u>0,45</u> | <u>0,65</u> | <u>0,84</u> | 1,04 | 1,24 |
| Theil's U | <u>0,77</u> | <u>0,66</u> | <u>0,63</u> | 0,59 | 0,57 |
| p-value DM | 0,03** | 0,06* | 0,14 | 0,19 | 0,21 |
| Kohortenmodell: Auto.ARIMA (C mit datengetriebener Spezifikation) | | | | | |
| RMSFE | 0,49 | 0,69 | 0,88 | 1,03 | 1,20 |
| Theil's U | 0,84 | 0,70 | 0,65 | 0,59 | 0,55 |
| p-value DM | 0,22 | 0,12 | 0,17 | 0,17 | 0,19 |
| Kohortenmodell: Fünfjahrestrend mit Anpassungsfaktor (B2) | | | | | |
| RMSFE | 0,48 | 0,73 | 0,88 | <u>0,98</u> | <u>1,08</u> |
| Theil's U | 0,82 | 0,74 | 0,65 | <u>0,56</u> | <u>0,50</u> |
| p-value DM | 0,13 | 0,16 | 0,13 | 0,11 | 0,12 |

*p<0.1, ** p<0.05, *** p<0.01; DM: Diebold-Mariano-Test; Unterstrichen: Kleinster RMSFE für jeden Prognosehorizont h
Expanding-Window-Ansatz, T = 21 bis T = 17 Observationen

Quelle: OECD; Berechnungen des IfW Kiel.

^a Wir verwenden die Standardnormalverteilung.